



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2020

**Aistriúchán
Ar Scéim Mharcála**

Matamaitic Fheidhmeach

Ardleibhéal

Nóta do mhúinteoirí agus do scoláirí faoi úsáid na scéimeanna marcála foilsithe

Níl na scéimeanna marcála a fhoilsíonn Coimisiún na Scrúduithe Stáit ceaptha lena n-úsáid mar cháipéisí astu féin. Is áis riachtanach iad ag scrúdaitheoirí a théann faoi oiliúint i léirléamh agus i gcur i bhfeidhm ceart na scéime. Mar chuid den oiliúint sin, as measc rudaí eile, déantar samplaí d'obair na scoláirí a mharcáil agus déantar plé ar na marcanna a bhronntar, mar mhaithe le cur i bhfeidhm ceart na scéime a shoiléiriú. Déanann Scrúdaitheoirí Comhairleacha monatóireacht ar obair na scrúdaitheoirí ina dhiaidh sin le cinntiú go gcuirtear an scéim mharcála i bhfeidhm go comhleanúnach agus go beacht. Bíonn an Príomhscrúdaitheoir i bhfeighil an phróisis agus is gnách go mbíonn Príomhscrúdaitheoir Comhairleach ag cuidiú leis. Is é an Príomhscrúdaitheoir an t-údarás deiridh i dtaca le cé acu a cuireadh an scéim mharcála i bhfeidhm i gceart ar aon phíosá d'obair iarrthóra nó nár cuireadh.

Is cáipéisí oibre na scéimeanna marcála. Cé go n-ullmhaítear dréachtscéim mharcála roimh an scrúdú, ní chuirtear bailchríoch uirthi go dtí go gcuireann scrúdaitheoirí i bhfeidhm ar obair iarrthóirí í agus go dtí go mbailítear agus go meastar an t-aiseolas ó na scrúdaitheoirí uile, i bhfianaise raon iomlán na bhfreagraí a thug na hiarrthóirí, leibhéal foriomlán deacrachta an scrúdaithe agus an ghá le comhleanúnachas caighdeán a choimeád ó bhliain go bliain. Aistriúchán ar an scéim chríochnaithe atá sa cháipéis fhoilsithe seo, mar a cuireadh i bhfeidhm ar obair na n-iarrthóirí uile í.

Is cóir a nótáil i gcás scéimeanna ina bhfuil freagraí nó réitigh eiseamláireacha nach bhfuil sé i gceist a chur in iúl go bhfuil na freagraí ná na réitigh sin uileghabhálach. D'fhéadfadh sé go bhfuil leaganacha éagsúla nó malartacha ann a bheadh inghlactha freisin. Ní mór do na scrúdaitheoirí tuilleanas gach freagra a mheas agus téann siad i gcomhairle lena Scrúdaitheoirí Comhairleacha nuair a bhíonn amhras orthu.

Scéimeanna Marcála san am atá le teacht

Ní cóir talamh slán a dhéanamh d'aon rud a bhaineann le scéimeanna marcála san am atá le teacht bunaithe ar scéimeanna a bhí ann cheana. Cé go mbíonn na bunphrionsabail mheasúnachta mar an gcéanna, is féidir go mbeadh athrú ar shonraí marcála cineál áirithe ceiste i gcomhthéacs na páirte a bheadh ag an gceist sin sa scrúdú foriomlán bliain áirithe ar bith. Bíonn sé de fhreagracht ar an bPríomhscrúdaitheoir bliain áirithe ar bith a dhéanamh amach cén tslí is fearr a chinnteoidh go measfar obair na n-iarrthóirí go cothrom agus go cruinn, agus go gcoimeádfar caighdeán comhleanúnach measúnachta ó bhliain go bliain. Dá réir sin, d'fhéadfadh gnéithe de struchtúr, de mhionsonraí agus de chur i bhfeidhm na scéime marcála in ábhar áirithe athrú ó bhliain go bliain gan rabhadh.

Treoirlínte Ginearálta

- 1 Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:

Sciorrthaí - sciorrthaí uimhriúla S(-1)

Botúin - earráidí matamaiticiúla B(-3)

Miléamh - mura bhfuil sé tromchúiseach M(-1)

Botún tromchúiseach nó ábhar ar lár nó míléamh as a leanann róshimpliú:
- tabhair an marc i leith iarrachta, agus an marc sin amháin.

Tugtar marcanna i leith iarrachta mar a leanas: 5 (iarr 2)

- 2 Sa scéim mharcála, taispeántar réiteach ceart amháin ar gach ceist.
In a lán cásanna, tá modhanna eile ann atá chomh bailí céanna.

1. (a) Tá carr ag gluaiseacht ar bhóthar leibhéalta díreach ar luas aonfhoirmeach 26 m s^{-1} nuair a thugann an tiománaí tarracóir faoi deara 91.2 m os a chomhair. Tá an tarracóir ag gluaiseacht ar luas aonfhoirmeach 6 m s^{-1} sa treo chéanna leis an gcarr.

Déanann tiománaí an chairr moill ar feadh t soicindí sula dteannann sé an coscán. Uas-luasmhoilliú an chairr ná 5 m s^{-2} .

Faigh an t-uasluach ar t a sheachnódh imbhualadh idir an carr agus an tarracóir.

$$\begin{aligned} \text{Carr:} \quad s &= ut + \frac{1}{2}at^2 \\ s &= 26t + 0 \\ s &= 26t \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} v &= u + at \\ 6 &= 26 - 5t_1 \\ t_1 &= 4 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} s &= ut + \frac{1}{2}at^2 \\ s &= 26 \times 4 + \frac{1}{2} \times (-5) \times 4^2 \\ s &= 64 \end{aligned} \quad (5)$$

$$s_C = 26t + 64$$

$$\begin{aligned} \text{Tarracóir:} \quad s &= ut + \frac{1}{2}at^2 \\ s_T &= 6(t + 4) + 0 \\ s_T &= 6t + 24 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} s_C &= s_T + 91.2 \\ 26t + 64 &= 6t + 24 + 91.2 \\ 20t &= 51.2 \\ t &= 2.56 \end{aligned} \quad (5) \quad (25)$$

- (b) Teilgtear mais 60 gram suas go ceartingearach ar luas tosaigh 15 m s^{-1} agus leathshoicind níos déanaí teilgtear mais 40 gram suas go ceartingearach ón bpointe céanna ar luas tosaigh 22.65 m s^{-1} .

(i) Ríomh an airde ag a n-imbhuailfidh na maiseanna faoina chéile.

Comhtháthaíonn na maiseanna nuair a imbhuailfidh dóibh.

(ii) Faigh an airde is mó a bhainfidh an mhais chomhtháite amach.

$$(i) \quad 15t - 4.9t^2 = 22.65 \left(t - \frac{1}{2} \right) - 4.9 \left(t - \frac{1}{2} \right)^2 \quad (5)$$

$$12.55t = 12.55$$

$$t = 1 \quad (5)$$

$$h = 15 \times 1 + \frac{1}{2}(-9.8)1^2$$

$$h = 10.1 \text{ m} \quad (5)$$

$$(ii) \quad v_1 = 15 - 9.8(1)$$

$$v_1 = 5.2$$

$$v_2 = 22.65 - 9.8 \left(1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$v_2 = 17.75$$

$$0.06 \times 5.2 + 0.04 \times 17.75 = 0.1v$$

$$1.022 = 0.1v$$

$$v = \frac{1.022}{0.1} = \frac{511}{50} = 10.22 \quad (5)$$

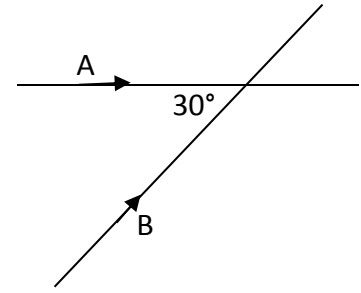
$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = 10.22^2 + 2(-9.8)s$$

$$s = 5.3$$

$$\text{airde is mó} = 5.3 + 10.1 = 15.4 \text{ m} \quad (5) \quad (25)$$

2. (a) Trasnaíonn dhá bhóthar dhíreacha ar uillinn 30° .
Tá carr A ag gluaiseacht ar bhóthar amháin i dtreo an chrosbhealaigh ar luas aonfhoirmeach 6 m s^{-1} .
Tá carr B ag gluaiseacht ar an mbóthar eile i dtreo an chrosbhealaigh ar luas aonfhoirmeach 8 m s^{-1} .



- (i) Faigh treoluas B i gcoibhneas le A.

Sroicheann A an chrosbhealach 5 shoicind roimh B.

- (ii) Faigh fad gach cairr ón gcrosbhealach nuair is gaire dá chéile iad.

$$(i) \quad \vec{V}_A = 6 \vec{i} \quad (5)$$

$$\vec{V}_B = 8 \cos 30 \vec{i} + 8 \sin 30 \vec{j} \quad (5)$$

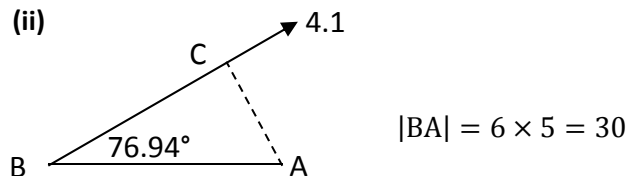
$$\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$$

$$\vec{V}_{BA} = (4\sqrt{3} - 6) \vec{i} + 4 \vec{j} \quad (5)$$

$$|\vec{V}_{BA}| = \sqrt{(4\sqrt{3} - 6)^2 + 4^2} = 4.1 \text{ m s}^{-1}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{4}{4\sqrt{3}-6}\right) = 76.94^\circ \quad (5)$$

- (ii)



$$t_{BC} = \frac{30 \cos 76.94}{4.1} = 1.65 \text{ s} \quad (5)$$

$$s_A = 30 + 6 \times 1.65 = 39.9 \text{ m}$$

$$s_B = 8 \times 1.65 = 13.2 \text{ m} \quad (5) \quad (30)$$

(b) Is féidir le bean snámh ag $\frac{5}{8} \text{ m s}^{-1}$ in uisce ciúin.

Snámhann sí trasna abhann, ar leithead di d .

Tosaíonn sí amach ar dhronuillinn leis an mbruach.

Sreabhann an sruth comhthreomhar leis na

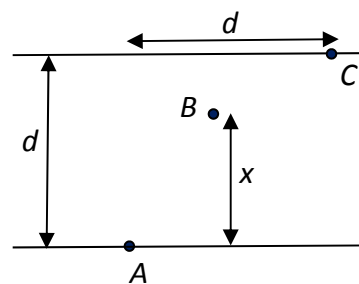
bruacha díreacha. Sreabhann sé ag $\frac{1}{2} \text{ m s}^{-1}$ don chéad chuid dá turas agus ag 1 m s^{-1} don chuid eile dá turas.

Tosaíonn sí ó phointe A , athraíonn an sruth nuair a shroicheann sí an pointe B agus tagann sí i dtír ag an bpointe C .

Faigheann sí amach nuair a shroicheann sí an taobh eile go bhfuil sí tar éis imeacht le sruth síos an abhainn fad atá cothrom le leithead na habhann.

Tá B fad x ón mbruach, mar a thaispeántar sa léaráid.

Faigh x i dtéarmaí d .



$$\text{Ingearach:} \quad \frac{5}{8}t_1 + \frac{5}{8}t_2 = d \quad (5)$$

$$2t_1 + 2t_2 = \frac{16d}{5}$$

$$\text{Cothrománach:} \quad \frac{1}{2}t_1 + t_2 = d \quad (5)$$

$$t_1 + 2t_2 = 2d$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{6d}{5} \quad (5)$$

$$x = \frac{5}{8}t_1 = \frac{5}{8} \times \frac{6d}{5} = \frac{3}{4}d \quad (5) \quad (20)$$

3. (a) Teilgtear cáithnín ó phointe P ar luas $u \text{ m s}^{-1}$ ag uillinn α leis an gcothromán.

(i) Taispeán gurb ionann raon an cháithnín agus $\frac{2u^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$.

Tá an cáithnín 24.5 m os cionn an talaimh chothrománaigh tar éis 5 shoicind agus buaileann sé an talamh 235.2 m ó P .

(ii) Faigh luach u .

$$\begin{aligned} (i) \quad r_j &= 0 \\ u \sin \alpha \times t - \frac{1}{2} g t^2 &= 0 \\ t &= \frac{2u \sin \alpha}{g} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Raon} &= u \cos \alpha \times t \\ &= u \cos \alpha \times \frac{2u \sin \alpha}{g} \\ &= \frac{2u^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad r_j &= 24.5 \\ u \sin \alpha \times 5 - 4.9 \times 5^2 &= 24.5 \\ u \sin \alpha &= 29.4 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Raon} &= u \cos \alpha \times \frac{2u \sin \alpha}{g} = 235.2 \\ u \cos \alpha \times \frac{58.8}{g} &= 235.2 \\ u \cos \alpha &= 39.2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$(u \sin \alpha)^2 + (u \cos \alpha)^2 = 29.4^2 + 39.2^2$$

$$u^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2401$$

$$u^2 = 2401$$

$$u = 49 \text{ m s}^{-1} \quad (5) \quad (25)$$

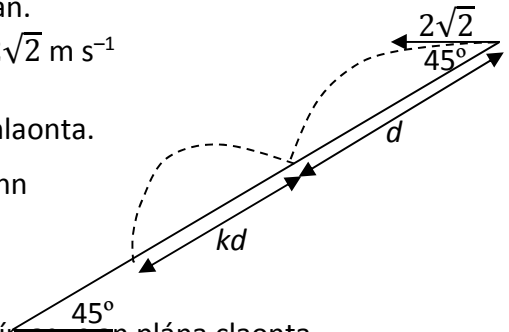
- (b) Tá plána claonta ar uillinn 45° leis an gcothromán.
 Teilgtear cáithnín síos an plána ar luas tosaigh $2\sqrt{2} \text{ m s}^{-1}$
 ag uillinn 45° leis an bplána claonta.
 Is é d raon na chéad phreibe feadh an phlána chlaonta.

Tá plána an teilgin ceartingearach agus cuimsíonn
 sé an líne is mó fána.

- (i) Faigh luach d .

Is é 0.4 comhéifeacht an chúitimh idir an cáithnín agus an plána claonta.
 Is é kd raon an dara preab.

- (ii) Faigh luach k .



(i) $r_j = 0$ (5)

$$2\sqrt{2} \sin 45 \times t - \frac{1}{2}g \cos 45 \times t^2 = 0$$

$$t = \frac{4\sqrt{2}}{g} = 0.58 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} d &= 2\sqrt{2} \cos 45 \times t + \frac{1}{2}g \sin 45 \times t^2 \\ &= 2\sqrt{2} \cos 45 \times \frac{4\sqrt{2}}{g} + \frac{1}{2}g \sin 45 \times \left(\frac{4\sqrt{2}}{g}\right)^2 \\ &= 2\sqrt{2} \cos 45 \times \frac{4\sqrt{2}}{g} + \frac{1}{2}g \sin 45 \times \left(\frac{4\sqrt{2}}{g}\right)^2 \\ &= \frac{16\sqrt{2}}{g} = \frac{80\sqrt{2}}{49} = 2.31 \end{aligned} \quad (5)$$

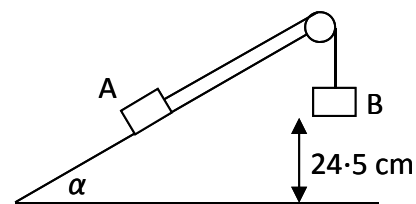
(ii) $v_i = 2\sqrt{2} \cos 45 + g \sin 45 \times \frac{4\sqrt{2}}{g} = 6$
 $v_j = 2\sqrt{2} \sin 45 - g \cos 45 \times \frac{4\sqrt{2}}{g} = -2$
 $v_R = 6 \vec{i} + 0.8 \vec{j} \quad (5)$

$$\begin{aligned} r_j &= 0 \\ 0.8 \times t - \frac{1}{2}g \cos 45 \times t^2 &= 0 \\ t &= \frac{1.6\sqrt{2}}{g} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} kd &= 6 \times t + \frac{1}{2}g \sin 45 \times t^2 \\ k \times \frac{16\sqrt{2}}{g} &= 6 \times \frac{1.6\sqrt{2}}{g} + \frac{1}{2}g \sin 45 \times \left(\frac{1.6\sqrt{2}}{g}\right)^2 \\ 10k &= 6 + 0.8 \end{aligned}$$

$$k = 0.68 \quad (5) \quad (25)$$

4. (a) Tá bloc A, ar mais dó $10m$, ar phlána mín atá claonta ag uillinn α leis an gcothromán, áit bhfuil $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, agus é ceangailte de théad éadrom dhoshínte a théann thar ulóg mhín go dtí an dara bloc B, ar mais dó $10m$. Tá B 24.5 cm os cionn urlár neamhleasteach cothrománach, mar a thaispeántar sa léaráid.



Ligtear an córas saor ó fhos.

Faigh

- (i) luasghéarú B
(ii) an t-am a fhanann B i dteagmháil leis an urlár.

$$(i) \quad 10mg - T = 10ma \quad (5)$$

$$T - 10mg \times \frac{3}{5} = 10ma \quad (5)$$

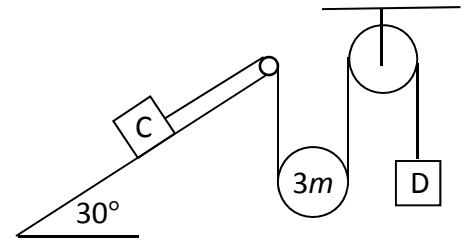
$$a = \frac{g}{5} = 1.96 \quad (5)$$

$$(ii) \quad B \quad \begin{aligned} v^2 &= u^2 + 2as \\ v^2 &= 0 + 2(1.96)(0.245) \\ v &= 0.98 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A \quad s &= ut + \frac{1}{2}at^2 \\ 0 &= 0.98t + \frac{1}{2}(-g \sin \alpha)t^2 \\ 0 &= 0.98 + \frac{1}{2}(-g \times 0.6)t \\ t &= \frac{1}{3} = 0.33 \text{ s.} \end{aligned} \quad (5) \quad (25)$$

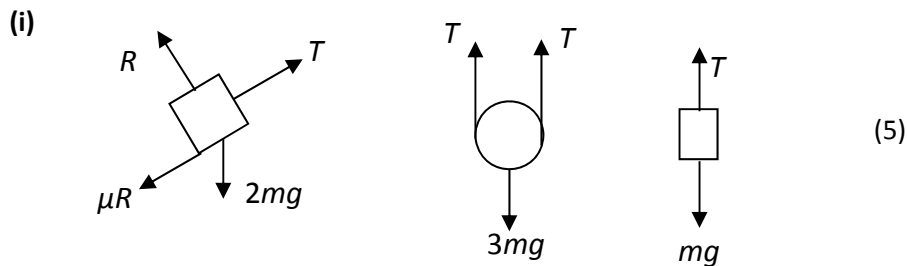
- (b) Tá cáithnín C, ar mais dó $2m$, ar fos ar phlána garbh atá claonta ar uillinn 30° leis an gcothromán.

Is é $\frac{\sqrt{3}}{21}$ comhéifeacht na frithchuimilte idir C agus an plána. Ceanglaíonn téad éadrom dhoshínte a théann faoi ulóg mhín shoghluaiste, ar mais di $3m$, C le cáithnín D, ar mais dó m , mar a thaispeántar sa léaráid.



Ligtear an córas saor ó fhos. Gluaiseann C aníos an plána.

- (i) Taispeáin, ar léaráidí ar leith, na fórsaí a fheidhmíonn ar an ulóg shoghluaiste agus ar gach ceann de na maiseanna.
- (ii) Faigh, i dtéarmaí m , an teannas sa téad.



(ii) $T - 2mg \sin 30 - \mu \times 2mg \cos 30 = 2mp$ (5)

$$T - mg = mq$$
 (5)

$$3mg - 2T = 3m \times \frac{1}{2}(p + q)$$
 (5)

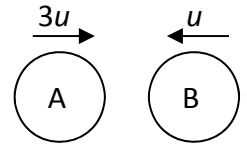
$$3mg - 2T = \frac{3}{2}m \left\{ \left(\frac{T}{2m} - \frac{g}{2} - \frac{g}{14} \right) + \left(\frac{T}{m} - g \right) \right\}$$

$$3mg - 2T = \frac{3}{4}T - \frac{6}{7}mg + \frac{3}{2}T - \frac{3}{2}mg$$

$$3mg + \frac{6}{7}mg + \frac{3}{2}mg = 2T + \frac{3}{4}T + \frac{3}{2}T$$

$$T = \frac{150}{119}mg = \frac{210}{17}m$$
 (5) (25)

5. (a) Imbhuaileann sféar mín A, ar mais dó m , atá ag gluaiseacht ar luas $3u$ ar bhord mín cothrománach go díreach faoi sféar mín B, ar mais dó $2m$, atá ag gluaiseacht sa treo urchomhaireach ar luas u . Aisiompaítear treonna gluaiseachta A agus B de bharr an imbhualte.



Is é comhéifeacht an chúitimh idir A agus B ná e .

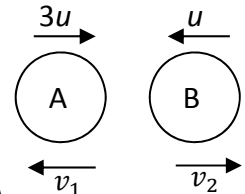
- (i) Faigh luas gach sféir, i dtéarmaí u agus e , tar éis an imbhualte.

Ina dhiaidh sin, buaileann B balla ag dronuillinn le líne ghluaisne A agus B.

Is é comhéifeacht an chúitimh idir B agus an balla ná $\frac{1}{2}$.

Tar éis do B athphreabadh ón mballa tarlaíonn imbhualadh breise ann idir A agus B.

- (ii) Taispeáin go bhfuil $\frac{1}{8} < e < \frac{1}{4}$.



(i) PCM $m(3u) + 2m(-u) = m(-v_1) + 2mv_2$ (5)

NEL $-v_1 - v_2 = -e(3u + u)$ (5)

$$-v_1 + 2v_2 = u$$

$$v_1 + v_2 = 4eu$$

$$v_1 = \frac{u(8e-1)}{3} \quad v_2 = \frac{u(1+4e)}{3} \quad (5), (5)$$

(ii) $\frac{1}{2}v_2 = \frac{u(1+4e)}{6}$

2ú imbhualadh más $\frac{1}{2}v_2 > v_1$

$$\frac{u(1+4e)}{6} > \frac{u(8e-1)}{3}$$

$$1 + 4e > 16e - 2$$

$$e < \frac{1}{4} \quad (5)$$

$$v_1 > 0$$

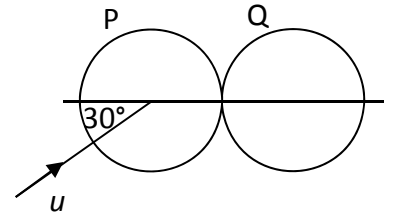
$$\frac{u(8e-1)}{3} > 0$$

$$8e - 1 > 0$$

$$e > \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} < e < \frac{1}{4} \quad (5) \quad (30)$$

- (b) Tá mais m_1 agus luas u ag sféar mín P. Imbhuaileann sé go sceabhach faoi sféar mín Q, atá ar fos agus ar mais dó m_2 . Roimh an imbhualadh déanann treo ghluaisne P uillinn 30° le líne na lárphointí, mar a thaispeántar sa léaráid.



Is é comhéifeacht an chúitimh idir na sféir ná e .

Cruthaigh go gcasfaidh P trí dhronuillinn má bhíonn $4m_1 = (3e - 1)m_2$.

P	m_1	$\frac{u\sqrt{3}}{2} \vec{i} + \frac{u}{2} \vec{j}$	$v_1 \vec{i} + \frac{u}{2} \vec{j}$
Q	m_2	$0 \vec{i} + 0 \vec{j}$	$v_2 \vec{i} + 0 \vec{j}$

$$\text{PCM} \quad m_1 \left(\frac{u\sqrt{3}}{2} \right) + m_2(0) = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (5)$$

$$\text{NEL} \quad v_1 - v_2 = -e \left(\frac{u\sqrt{3}}{2} - 0 \right) \quad (5)$$

$$\frac{m_1}{m_2} v_1 + v_2 = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{u\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$v_1 - v_2 = -e \left(\frac{u\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\frac{m_1}{m_2} v_1 + v_1 = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{u\sqrt{3}}{2} \right) - e \left(\frac{u\sqrt{3}}{2} \right) \quad (5)$$

$$\tan 60 = \frac{\frac{u}{2}}{-v_1}$$

$$v_1 = -\frac{u}{2\sqrt{3}} = -\frac{u\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{m_1}{m_2} \left(-\frac{u}{2\sqrt{3}} \right) - \frac{u}{2\sqrt{3}} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{u\sqrt{3}}{2} \right) - e \left(\frac{u\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\frac{m_1}{m_2} + 1 = -\frac{m_1}{m_2}(3) + e(3)$$

$$4m_1 = (3e - 1)m_2 \quad (5) \quad (20)$$

6. (a) Tá cáithnín D, ar mais dó m , ar crochadh as pointe fosaithe le téad leaisteach éadrom a bhfuil fad nádúrtha ℓ inti agus le tairiseach leaisteachais $\frac{6mg}{\ell}$. Ar dtús fanann D i gcothromaíocht agus tá an téad ceartingearach. Anois tarraingítear an cáithnín anuas fad ingearach $\frac{1}{3}\ell$ laistíos dá shuíomh cothromaíochta agus ligtear saor ó fhos é.
- (i) Taispeáin go ngluaiseann D le gluaiseacht armónach shimplí.
- (ii) I dtéarmaí ℓ , faigh an luas is mó a bhíonn ag D fad a fhanann an téad teann.

$$(i) \quad T_0 = mg \quad (5)$$

$$ke = mg$$

$$\frac{6mg}{\ell}e = mg$$

$$e = \frac{1}{6}\ell \quad (5)$$

$$m\ddot{x} = mg - T$$

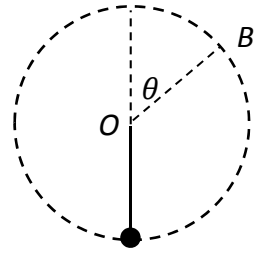
$$m\ddot{x} = mg - \frac{6mg}{\ell}(e + x)$$

$$\ddot{x} = -\frac{6g}{\ell}x \quad (5)$$

$$(ii) \quad \omega = \sqrt{\frac{6g}{\ell}} \quad (5)$$

$$\text{luas is mó} = \omega \times \frac{\ell}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{6\ell g} \quad (5) \quad (25)$$

- (b) Tá cáithnín P ceangailte d'fhoirceann amháin de théad neamhleasteach éadrom, ar fad di d . Tá foirceann eile na téide ceangailte de phointe seasta O . Tá an cáithnín ar crochadh go saor ar fos, agus an téad ceartingearach, nuair a theilgtear go cothrománach é ar luas $\sqrt{3gd}$. Gluaiseann an cáithnín i gciorcal ceartingearach. Éiríonn an téad scaoilte nuair a bhíonn P ag an bpointe B . Déanann OB uillinn θ leis an gceartingear in airde.



- (i) Taispeáin go bhfuil $\cos \theta = \frac{1}{3}$.
- (ii) I dtéarmaí d , faigh an airde is mó a bhíonn ag P lastuas de B sa ghluaisne ina dhiaidh sin.

$$(i) \quad T + mg \cos \theta = \frac{mv^2}{d} \quad (5)$$

$$\frac{1}{2}m(3gd) = \frac{1}{2}mv^2 + mg(d + d \cos \theta) \quad (5)$$

$$mg(1 - 2 \cos \theta) = \frac{mv^2}{d}$$

$$T + mg \cos \theta = \frac{mv^2}{d} = mg(1 - 2 \cos \theta)$$

$$T + 3mg \cos \theta = mg$$

$$T = 0 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{3} \quad (5)$$

$$(ii) \quad T + mg \cos \theta = \frac{mv^2}{d}$$

$$0 + mg \times \frac{1}{3} = \frac{mv^2}{d}$$

$$v^2 = \frac{1}{3}dg \quad (5)$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = (v \sin \theta)^2 - 2gs$$

$$0 = \frac{1}{3}dg \times \frac{8}{9} - 2gs$$

$$s = \frac{4d}{27} \quad (5) \quad (25)$$

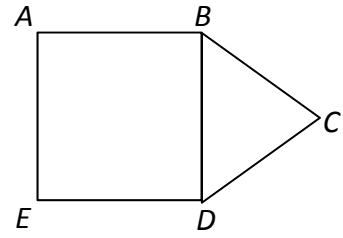
7. (a) Déantar lann aonfhoirmeach $ABCDE$ tríd an gcearnóg $ABDE$ a cheangal leis an triantán BCD , mar a thaispeántar sa léaráid. Is triantán comhchosach é BCD .

$|AB| = 24$ cm agus $|BC| = 20$ cm.

- (i) Faigh an fad atá meáchanlár na lainne ó AE .

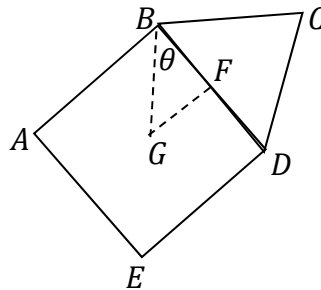
Tá an lann ar crochadh go saor ó B agus crochann sí i gcothromaíocht.

- (ii) Faigh an uillinn a dhéanann BD leis an gceartingear.



(i)		Achar	meáchanlár ó AE	
	$EDBA$	$24 \times 24 = 576$	12	(5)
	DCB	$\frac{1}{2} \times 24 \times 16 = 192$	$24 + \frac{1}{3} \times 16 = \frac{88}{3}$	(5)
	$EDCBA$	$576 + 192 = 768$	x	(5)
	$768x = 576 \times 12 + 192 \times \frac{88}{3}$			
	$x = \frac{49}{3} = 16.3 \text{ cm}$			(5)

- (ii)



$$|GF| = 24 - \frac{49}{3} = \frac{23}{3}$$

$$|BF| = 12$$

$$\tan \theta = \frac{23}{3} \div 12 = \frac{23}{36}$$

$$\theta = 32.57^\circ.$$

(5)

(25)

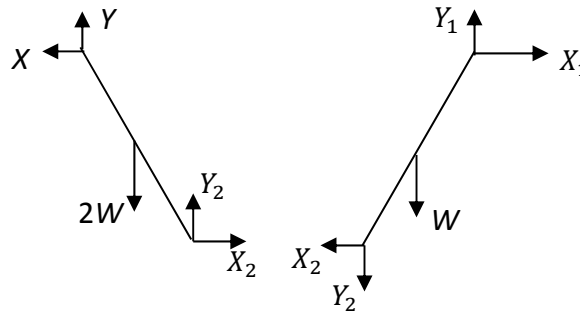
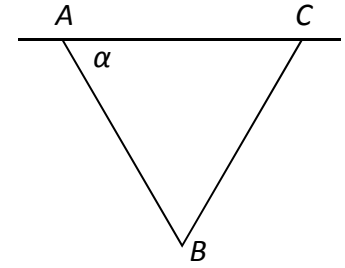
- (b) Tá dhá shlat aonfhoirmeacha, AB agus BC , atá ar comhfhad, agus ar meáchan dóibh $2W$ agus W faoi seach ar inse go mín le chéile ag B .

Tá A agus C ar inse le bíoma cothrománach.

Tá na slata i bplána ceartingearach le B laistíos de AC .

$$|\angle BAC| = \alpha.$$

Faigh na comhpháirteanna cothrománacha agus ingearacha atá ag gníomhaíocht an inse ag B ar an tslat AB .



AB $\cup A$

$$X_2 \times l \sin \alpha + Y_2 \times l \cos \alpha = 2W \times \frac{1}{2} l \cos \alpha \quad (5), (5)$$

$$X_2 \tan \alpha + Y_2 = W$$

BC $\cup C$

$$X_2 \times l \sin \alpha = Y_2 \times l \cos \alpha + W \times \frac{1}{2} l \cos \alpha \quad (5)$$

$$X_2 \tan \alpha = Y_2 + \frac{1}{2} W$$

$$Y_2 = W - Y_2 - \frac{1}{2} W$$

$$Y_2 = \frac{1}{4} W \quad (5)$$

$$X_2 \tan \alpha + \frac{1}{4} W = W$$

$$X_2 \tan \alpha = \frac{3}{4} W$$

$$X_2 = \frac{3W}{4 \tan \alpha} \quad (5) \quad (25)$$

8. (a) Cruthaigh gurb é $\frac{1}{2}mr^2$ móimint na táimhe ag diosca aonfhoirmeach, ar mais dó m agus ar ga dó r thart timpeall ar ais trína lárphointe, ceartingearach lena phlána.

Bíodh M = mais in aghaidh an aonaid achair

$$\text{mais na heiliminte} = M\{2\pi x dx\}$$

$$\text{móimint táimhe na heiliminte} = M\{2\pi x dx\} x^2 \quad (5)$$

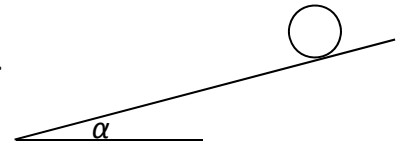
$$\text{móimint táimhe an diosca} = 2\pi M \int_0^r x^3 dx \quad (5)$$

$$= 2\pi M \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^r \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2}\pi M r^4$$

$$= \frac{1}{2}mr^2 \quad (5) \quad (20)$$

- (b) Diosca ciorclach aonfhoirmeach de gha r is ea roth. Rollann an roth anuas plána garbh claonta gan sleamhnú. Tá an plána claonta ag uillinn α leis an gcothromán.



- (i) Taispeán gurb é $\frac{2}{3}g \sin \alpha$ luasghéarú an rotha.

Comhéifeacht na frithchuimilte idir an roth agus an plána claonta ná 0.2.

- (ii) Faigh uasluach α .

$$(i) \quad \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad (5)$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\left(\frac{v}{r}\right)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad (5)$$

$$\frac{3}{4}mv^2 = mgh$$

$$v^2 = \frac{4}{3}gh = \frac{4}{3}gx \sin \alpha \quad (5)$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$\frac{4}{3}gx \sin \alpha = 0 + 2ax$$

$$a = \frac{2}{3}g \sin \alpha \quad (5)$$

$$(ii) \quad ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha \quad (5)$$

$$m \times \frac{2}{3}g \sin \alpha = mg \sin \alpha - 0.2mg \cos \alpha$$

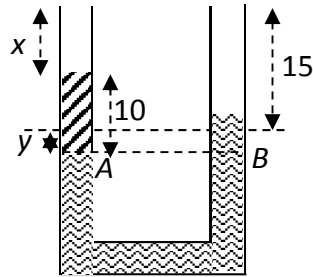
$$\frac{1}{3} \sin \alpha = 0.2 \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = 0.6$$

$$\alpha = 30.96^\circ. \quad (5) \quad (30)$$

9. (a) I U-fheadán a bhfuil a ghéaga ceartingearacha agus ar comhfhad aige, tá mearcair, ar dlús coibhneasta dó 13.6. Tá dromhchla an mhearcair 15 cm ó bharr gach ceann den dá ghéag. Is é 10 cm² achar trasghearrtha an U-fheadáin. Doirtear 100 cm³ ola, ar dlús coibhneasta di 0.68, isteach i ngéag amháin. Tá dromhchla na hola x cm ó bharr na géige.

Faigh luach x.



$$h = \frac{V}{A} = \frac{100}{10} = 10 \text{ cm} \quad (5)$$

$$P_A = 680 \times g \times 10 \times 10^{-2} \quad (5)$$

$$P_B = 13600 \times g \times 2y \times 10^{-2} \quad (5)$$

$$P_A = P_B$$

$$680 \times g \times 10 \times 10^{-2} = 13600 \times g \times 2y \times 10^{-2}$$

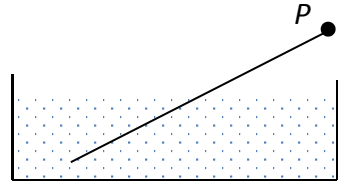
$$y = 0.25 \text{ cm} \quad (5)$$

$$x + 10 - 15 = y$$

$$x - 5 = 0.25$$

$$x = 5.25 \text{ cm.} \quad (5) \quad (25)$$

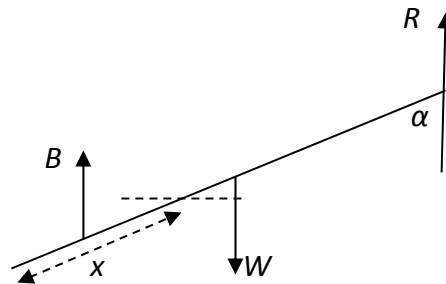
- (b) Tá slat aonfhoirmeach, ar fad di ℓ agus ar meáchan di W , ar inse go saor ag an bpointe P . Tá an tslat saor chun casadh thart ar ais chothrománach trí P . Tá foirceann eile na slaite tumtha in uisce. Is é dlús coibhneasta na slaite ná 0.64. Tá an tslat i gcothromaíocht agus í claonta mar a thaispeántar sa léaráid.



Faigh

- (i) fad na coda tumtha den tslat i dtéarmaí ℓ
(ii) an t-imoibriú ag an inse i dtéarmaí W .

[Dlús an uisce = 1000 kg m^{-3}]



$$(i) \quad B = \frac{\frac{x}{\ell}W}{0.64} = \frac{xW}{0.64\ell} \quad \text{or} \quad B = 1000xA_g \quad (5)$$

$$B \left\{ \ell - \frac{1}{2}x \right\} \sin \alpha = W \frac{1}{2} \ell \sin \alpha \quad (5)$$

$$\frac{xW}{0.64\ell} \left\{ \ell - \frac{1}{2}x \right\} \sin \alpha = W \frac{1}{2} \ell \sin \alpha$$

$$2x \left\{ \ell - \frac{1}{2}x \right\} = 0.64 \ell^2$$

$$0.64 \ell^2 - 2x\ell + x^2 = 0$$

$$(0.4\ell - x)(1.6\ell - x) = 0$$

$$x = 0.4\ell \quad (5)$$

$$(ii) \quad R + B = W \quad (5)$$

$$R + \frac{xW}{0.64\ell} = W$$

$$R + \frac{5}{8}W = W$$

$$R = \frac{3}{8}W \quad (5) \quad (25)$$

10. (a) Modh amháin chun píosa éadaigh a ruaimniú ná é a thumadh i gcoimeádán ina bhfuil P graim ruaime tuaslagtha i dtoirt sheasta uisce.

Ionsúnn an t-éadach an ruaim ar ráta atá i gcoibhneas le mais na ruaime atá fágtha.

$$\frac{dx}{dt} = k(P - x)$$

áit arb é t an t-am ina shoicindí, x mais na ruaime atá ionsúite ag an éadach agus $k = \frac{1}{50}$.

- (i) Faigh an t-am a thógann sé chun píosa éadaigh a ruaimniú más gá mais de $\frac{5}{8}P$ a ionsú chun an dath atá ag teastáil a shroicheadh.

$$(Nóta: \int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln|a+bx| + c)$$

Modh eile ná mais na ruaime atá i láthair san uisce a choimeád tairiseach ag P graim tríd an ruaim a chur leis go leanúnach le linn an phróisis.

- (ii) Faigh an t-am a thógann sé chun an píosa éadaigh a ruaimniú go dtí an dath atá ag teastáil agus an modh seo in úsáid.

$$(i) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{P-x}{50}$$

$$\int \frac{dx}{P-x} = \frac{1}{50} \int dt \quad (5)$$

$$[-\ln(P-x)]_0^{\frac{5}{8}P} = \frac{1}{50} [t]_0^t \quad (5)$$

$$-\ln\left(\frac{3}{8}P\right) + \ln P = \frac{1}{50} t$$

$$\ln \frac{8}{3} = \frac{1}{50} t$$

$$t = 50 \ln \frac{8}{3} = 49.0 \text{ s.} \quad (5)$$

$$(ii) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{P}{50}$$

$$\int dx = \frac{1}{50} P \int dt$$

$$[x]_0^{\frac{5}{8}P} = \frac{1}{50} P [t]_0^t \quad (5)$$

$$\frac{5}{8}P = \frac{1}{50} P \times t$$

$$t = \frac{250}{8} = 31.25 \text{ s.} \quad (5) \quad (25)$$

- (b) Cáithnín P atá ag gluaiseacht i líne dhíreach, tá luasmhoilliú de $4v^{n+1} \text{ m s}^{-2}$ aige, áit ar tairiseach é $n (> 0)$ agus arb é v a luas ag am $t (> 0)$.

Tá luas tosaigh u ag P.

- (i) Faigh slonn le haghaidh v i dtéarmaí u , n agus t .
- (ii) Nuair atá $n = 3$ faigh slonn do luas P nuair atá fad 3 m taistealta aige óna shuíomh tosaigh.

$$(i) \quad \frac{dv}{dt} = -4v^{n+1}$$

$$-\int \frac{dv}{v^{n+1}} = 4 \int dt \quad (5)$$

$$\frac{1}{n} \times \left[\frac{1}{v^n} \right]_u^v = 4[t]_0^t \quad (5)$$

$$\frac{1}{v^n} - \frac{1}{u^n} = 4nt$$

$$v^n = \frac{1}{4nt + \frac{1}{u^n}}$$

$$v = \left(\frac{1}{4nt + \frac{1}{u^n}} \right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{u^n}{4ntu^n + 1} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{u}{(4ntu^n + 1)^{\frac{1}{n}}} \quad (5)$$

$$(ii) \quad v \frac{dv}{ds} = -4v^4$$

$$-\int \frac{dv}{v^3} = 4 \int ds$$

$$\left[\frac{1}{2v^2} \right]_u^v = [4s]_0^3 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2v^2} - \frac{1}{2u^2} = 12 - 0$$

$$\frac{1}{2v^2} = \frac{1}{2u^2} + 12 = \frac{1+24u^2}{2u^2}$$

$$v^2 = \frac{u^2}{1+24u^2}$$

$$v = \frac{u}{\sqrt{1+24u^2}} \quad (5) \quad (25)$$

